Министерство образования Иркутской области
государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Иркутской области
«АНГАРСКИЙ ПРОМЫШЛЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

МАТЕМАТИКА

Методические указания и контрольные задания для студентов 2 курса дневного отделения по специальностям
38.02.04 Коммерция (по отраслям)
38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)
54.02.01 Дизайн (по отраслям)

Автор-составитель разработки:
Майборская Светлана Владимировна,
преподаватель ГБПОУ ИО «АПЭТ»

Ангарск
2017г.

ОДОБРЕНО цикловой комиссией математических и естественнонаучных дисциплин

РЕКОМЕНДОВАНО методическим советом к использованию в образовательном процессе

Автор-составитель:
Майборская Светлана Владимировна, преподаватель ГБПОУ ИО «АПЭТ»

Содержание

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА 4
1 Теория пределов. 6
1.1 Предел числовой последовательности 6
1.2 Предел функции в точке 6
Задания для самостоятельной работы: 15
I Вычислить пределы: 15
II. Найти производные данных функций 16
III. Найти неопределенные интегралы: 17
IV. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: 18
Информационное обеспечение обучения 19

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по дисциплине «Математика» составлены на основе профессиональной образовательной программы ФГОС СПО по специальностям:

38.02.04 Коммерция (по отраслям);

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям);

54.02.01 Дизайн (по отраслям)

и предназначены для реализации требований к результатам освоения изучаемой дисциплины.

Методические указания предназначены для студентов 2 курса дневного отделения по отдельным темам, таким как:

– Теория пределов;

– Дифференциальное исчисление;

– Интегральное исчисление.

Студенты могут самостоятельно изучить данные темы, подробно ознакомиться с решением примеров и заданий, разобранных в методических указаниях.

Методические указания ориентированы на достижение следующих целей:

– **формирование представлений** о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;

– **развитие** логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

– **овладение математическими знаниями и умениями,** необходимыми в повседневной жизни, для изучения смежных естественно – научных дисциплин на базовом уровне и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углублённой математической подготовки;

– **воспитание** средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно – технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

Математика является фундаментальной общеобразовательной дисциплиной со сложившимся устойчивым содержанием и общими требованиями к подготовке обучающихся. Реализация общих целей изучения математики традиционно формируется в четырёх направлениях – методическое (общее представление об идеях и методах математики), интеллектуальное развитие, утилитарно – прагматическое направление (овладение необходимыми конкретными знаниями) и воспитательное воздействие.

В результате изучения предмета студенты должны усвоить, что математические понятия являются абстракцией свойств и отношений реального мира, обладают большой общностью, широкой сферой применимости, что сущность приложения математики к решению практических задач заключается в переводе задач на математический язык, решением их и интерпретации их результатов на язык исходных данных.

1 Теория пределов.

1.1 Предел числовой последовательности

Рассмотрим решение пределов на примерах:

Вычислим предел числовой последовательности:

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-3})$

Решение:

Умножим выражение на множитель $\sqrt{n+2}+\sqrt{n-3}$ и поделим на него.

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-3}\right)=$$

$$=\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-3}\right)\left(\sqrt{n+2}+\sqrt{n-3}\right)}{\left(\sqrt{n+2}+\sqrt{n-3}\right)}=$$

$$=\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}(n+2-n+3)}{\left(\sqrt{n+2}+\sqrt{n-3}\right)}=5\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}\left(\sqrt{1+\frac{2}{n}}+\sqrt{1-\frac{3}{n}}\right)}=$$

$$=5\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{2}{n}}+\sqrt{1-\frac{3}{n}}}=2{,}5.$$

Так как $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}=0$

Ответ:

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-3}\right)=2{,}5$

1.2 Предел функции в точке

Рассмотрим предел функции в точке

$\lim\limits_{x\to 1} \frac{2x^2-3x-5}{x+1}$

Любой предел состоит из трех частей:

1. Всем известного значка предела lim
2. Записи под значком предела, в данном случае x→1. Запись читается «икс стремится к единице». Чаще всего – именно x, хотя вместо «икса» на практике встречаются и другие переменные.
3. В практических заданиях на месте единицы может находиться совершенно любое число, а также бесконечность(∞).

Функции под знаком предела, в данном случае $\frac{2x^2-3x-5}{x+1}$.

Сама запись $\lim\limits_{x\to 1} \frac{2x^2-3x-5}{x+1}$ читается так: «предел функции $\frac{2x^2-3x-5}{x+1}$ при икс стремящемся к единице».

Чтобы решить вышерассмотренный пример нужно просто подставить единицу в функцию, стоящую под знаком предела:

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x^2-3x-5}{x+1}=\frac{2\cdot 1^2-3\cdot 1-5}{1+1}=\frac{-6}{2}=-3$$

Итак, первое правило: **Когда дан любой предел, сначала просто пытаемся подставить число в функцию**.

Мы рассмотрели простейший предел, но и такие встречаются на практике, причем, не так уж редко!

Вывод: при $x \to \infty$ функция $x^2 - 2x - 3$ неограниченно возрастает: $\lim\limits_{x \to \infty} (x^2 - 2x - 3) = \infty$

И еще серия примеров:

Пожалуйста, попытайтесь самостоятельно мысленно проанализировать нижеследующее и запомните простейшие виды пределов:

$\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$, $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x} = \infty$, $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x - 99} = 0$, $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{-3}{x^3} = 0$, $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{5}{x^4 + x - 9} = 0$, $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{5}{4^x} = 0$

, $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^x = 0$, $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \infty$, $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{\sqrt{x + 7}} = 0$, $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{12}{\ln x} = 0$

Что нужно запомнить и понять из вышесказанного?

1) Когда дан любой предел, сначала просто пытаемся подставить число в функцию.

2) Вы должны понимать и сразу решать простейшие пределы, такие как $\lim\limits_{x \to \infty} (x^4 + 8x + 10) = \infty$, $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x^2} = 0$, $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = \infty$ **и т.д.**

На практике, к сожалению, такие примеры встречаются не часто. А поэтому переходим к рассмотрению более сложных пределов.

Пределы с неопределенностью вида $\frac{\infty}{\infty}$ и метод их решения

Сейчас мы рассмотрим группу пределов, когда $x \to \infty$, а функция представляет собой дробь, в числителе и знаменателе которой находятся многочлены

Пример:

Вычислить предел $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$

Согласно правилу попытаемся подставить бесконечность в функцию. Получится в числителе и знаменателе бесконечность. Таким образом, у нас есть так называемая неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$. Можно было бы подумать, что $\frac{\infty}{\infty} = \infty$, и ответ готов, но в общем случае это вовсе не так, и нужно применить некоторый прием решения, который мы сейчас и рассмотрим.

Как решать пределы данного типа?

Сначала мы смотрим на числитель и находим x в старшей степени: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$

Старшая степень в числителе равна двум.

Теперь смотрим на знаменатель и тоже находим x в старшей степени: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}$

Старшая степень знаменателя равна двум.

Затем мы выбираем самую старшую степень числителя и знаменателя: в данном примере они совпадают и равны двойке.

Итак, метод решения следующий: **для того, чтобы раскрыть неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$ необходимо разделить числитель и знаменатель на x в старшей степени**.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}=\frac{\infty}{\infty}=(*)$$

Разделим числитель и знаменатель на x^2

$$(*)=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^2-3x-5}{x^2}}{\frac{1+x+3x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{3x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{3}{x}^{\to 0}-\frac{5}{x^2}^{\to 0}}{\frac{1}{x^2}^{\to 0}+\frac{1}{x}^{\to 0}+3}=\frac{2}{3}$$

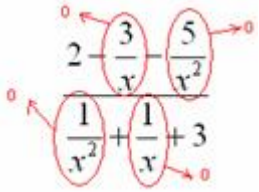
Ответ $\frac{2}{3}$, а вовсе не бесконечность.

Что принципиально важно в оформлении решения?

Во-первых, указываем неопределенность, если она есть.

Во-вторых, желательно прервать решение для промежуточных объяснений. Обычно используют знак $(*)$, он не несет никакого математического смысла, а обозначает, что решение прервано для промежуточного объяснения.

В-третьих, в пределе желательно помечать, что и куда стремится. Когда работа оформляется от руки, удобнее это сделать так:



Для пометок лучше использовать простой карандаш.

Конечно, можно ничего этого не делать, но тогда, возможно, преподаватель отметит недочеты в решении либо начнет задавать дополнительные вопросы по заданию.

Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7x^3+15x^2+9x+1}{5x^4+6x^2-3x-4}$

Снова в числителе и знаменателе находим x в старшей степени: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7x^3+15x^2+9x+1}{5x^4+6x^2-3x-4}$

Максимальная степень в числителе: 3

Максимальная степень в знаменателе: 4

Выбираем **наибольшее** значение, в данном случае четверку.

Согласно нашему алгоритму, для раскрытия неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$ делим числитель и знаменатель на x^4.

Полное оформление задания может выглядеть так:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{7x^3+15x^2+9x+1}{5x^4+6x^2-3x-4}=\frac{\infty}{\infty}=(*)$$

Разделим числитель и знаменатель на x^4

$$(*)=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{7x^3+15x^2+9x+1}{x^4}}{\frac{5x^4+6x^2-3x-4}{x^4}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{7}{x}^{\to 0}+\frac{15}{x^2}^{\to 0}+\frac{9}{x^3}^{\to 0}+\frac{1}{x^4}^{\to 0}}{5+\frac{6}{x^2}^{\to 0}-\frac{3}{x^3}^{\to 0}-\frac{4}{x^4}^{\to 0}}=$$

$$=\frac{0+0+0+0}{5+0-0-0}=\frac{0}{5}=0$$

Пример:

Найти предел $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{x+1}$

Максимальная степень «икса» в числителе: 2

Максимальная степень «икса» в знаменателе: 1 (x можно записать как x^1)

Для раскрытия неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$ необходимо разделить числитель и знаменатель на x^2. Решение может выглядеть так:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{x+1}=\frac{\infty}{\infty}=(*)$$

Разделим числитель и знаменатель на x^2

$$(*)=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^2-3x-5}{x^2}}{\frac{x+1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{3}{x}^{\to 0}-\frac{5}{x^2}^{\to 0}}{\frac{1}{x}^{\to 0}+\frac{1}{x^2}^{\to 0}}=\frac{2}{0}=\infty$$

Под записью $\frac{2}{0}$ подразумевается не деление на ноль (делить на ноль нельзя), а деление на бесконечно малое число.

Таким образом, при раскрытии неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$ у нас может получиться *конечное число*, ноль или бесконечность.

Пределы с неопределенностью вида $\frac{0}{0}$ и метод их решения

Следующая группа пределов чем-то похожа на только что рассмотренные пределы: в числителе и знаменателе находятся многочлены, но «икс» стремится уже не к бесконечности, а к *конечному числу*.

Пример:

Решить предел $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2-3x-5}{x+1}$

Сначала попробуем подставить -1 в дробь: $\dfrac{2(-1)^2-3\cdot(-1)-5}{-1+1}=\dfrac{0}{0}$

В данном случае получена так называемая неопределенность $\dfrac{0}{0}$.

Общее правило: если в числителе и знаменателе находятся многочлены, и имеется неопределенности вида $\dfrac{0}{0}$, то для ее раскрытия **нужно разложить числитель и знаменатель на множители**.

Для этого чаще всего нужно решить квадратное уравнение и (или) использовать формулы сокращенного умножения. Итак, решаем наш предел $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2-3x-5}{x+1}=\dfrac{0}{0}=(*)$

Разложим числитель и знаменатель на множители

Для того чтобы разложить числитель на множители, нужно решить квадратное уравнение:

$2x^2-3x-5=0$

Сначала находим дискриминант:

$D=(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-5)=9+40=49$

И квадратный корень из него: $\sqrt{D}=\sqrt{49}=7$.

В случае если дискриминант большой, например 361, используем калькулятор. *Если корень не извлекается нацело (получается дробное число с запятой), очень вероятно, что дискриминант вычислен неверно либо в задании опечатка.*

Далее находим корни:

$x_1=\dfrac{-(-3)-7}{2\cdot 2}=\dfrac{3-7}{4}=\dfrac{-4}{4}=-1$

$x_2=\dfrac{-(-3)+7}{2\cdot 2}=\dfrac{3+7}{4}=\dfrac{10}{4}=\dfrac{5}{2}$

Таким образом:

$2x^2-3x-5=2(x-(-1))\cdot\left(x-\dfrac{5}{2}\right)=2(x+1)\cdot\left(x-\dfrac{5}{2}\right)=(x+1)\cdot(2x-5)$

Числитель на множители разложен.

Знаменатель $x+1$ уже является простейшим множителем, и упростить его никак нельзя.

$(*)=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x+1)\cdot(2x-5)}{x+1}=(*)$

Очевидно, что можно сократить на $(x+1)$:

$(*)=\lim\limits_{x\to -1}(2x-5)=(*)$

Теперь и подставляем -1 в выражение, которое осталось под знаком предела:

$=2\cdot(-1)-5=-2-5=-7$

Решение можно записать кратко:

$$\lim_{x\to -1}\frac{2x^2-3x-5}{x+1}=\frac{0}{0}=(*)$$

Разложим числитель на множители.

$2x^2-3x-5=0$

$D=(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-5)=9+40=49$

$\sqrt{D}=\sqrt{49}=7$

$x_1=\frac{-(-3)-7}{2\cdot 2}=\frac{3-7}{4}=\frac{-4}{4}=-1$

$x_2=\frac{-(-3)+7}{2\cdot 2}=\frac{3+7}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$

$2x^2-3x-5=2(x+1)\cdot\left(x-\frac{5}{2}\right)=(x+1)\cdot(2x-5)$

$$(*)=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)\cdot(2x-5)}{x+1}=\lim_{x\to -1}(2x-5)=-2-5=-7$$

Пример

Вычислить предел $\lim_{x\to 2}\frac{8-2x^2}{x^2+4x-12}$

Решение:

$$\lim_{x\to 2}\frac{8-2x^2}{x^2+4x-12}=\frac{0}{0}=(*)$$

Разложим числитель и знаменатель на множители.

Числитель: $8-2x^2=2(4-x^2)=2(2-x)(2+x)$

Знаменатель:

$x^2+4x-12=0$

$D=16+48=64$

$\sqrt{D}=8$

$x_1=\frac{-4-8}{2}=-6$, $x_2=\frac{-4+8}{2}=2$

$x^2+4x-12=(x+6)(x-2)$

$$(*)=\lim_{x\to 2}\frac{2(2-x)(2+x)}{(x+6)(x-2)}=2\lim_{x\to 2}\frac{(2-x)(2+x)}{(x+6)(x-2)}=2\lim_{x\to 2}\frac{-(x-2)(2+x)}{(x+6)(x-2)}=$$

$$=-2\lim_{x\to 2}\frac{(2+x)}{(x+6)}=-2\cdot\frac{4}{8}=-1$$

Если в пределе (практически любого типа) можно вынести число за скобку, то всегда это делаем. Более того, такие числа целесообразно выносить за значок предела.

В ходе решения фрагмент типа $\lim_{x\to 2}\frac{2-x}{x-2}$ *встречается очень часто. Сокращать такую дробь* ***нельзя****. Сначала нужно поменять знак у числителя или у знаменателя (вынести -1 за скобки).* $\lim_{x\to 2}\frac{2-x}{x-2}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 2}\frac{-(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(-1)=-1$ *, то есть появляется знак «минус», который при вычислении предела учитывается и терять его совсем не нужно.*

Вообще, чаще всего в нахождении пределов данного типа приходится решать два квадратных уравнения, то есть и в числителе и в знаменателе находятся квадратные трехчлены.

Метод умножения числителя и знаменателя на сопряженное выражение

Продолжаем рассматривать неопределенность вида $\frac{0}{0}$

Следующий тип пределов похож на предыдущий тип. Единственное, помимо многочленов, у нас добавятся корни.

Пример:

Найти предел $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+6}-\sqrt{10x-21}}{5x-15}$

Решение:

Сначала пробуем подставить 3 в выражение под знаком предела **Это первое, что нужно выполнять для ЛЮБОГО предела**. Данное действие обычно проводится мысленно или на черновике.

$$\frac{\sqrt{3+6}-\sqrt{10\cdot 3-21}}{5\cdot 3-15}=\frac{\sqrt{9}-\sqrt{9}}{15-15}=\frac{0}{0}$$

Получена неопределенность вида $\frac{0}{0}$, которую нужно устранять. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+6}-\sqrt{10x-21}}{5x-15}=\frac{0}{0}=(*)$

Как Вы, наверное, заметили, в числителе находится разность корней. А от корней в математике принято, по возможности, избавляться. Когда в числителе (знаменателе) находится разность корней (или корень минус какое-нибудь число), то для раскрытия неопределенности $\frac{0}{0}$ используют **метод умножения числителя и знаменателя на сопряженное выражение**.

Вспоминаем формулу разности квадратов: $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

И смотрим на наш предел: $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+6}-\sqrt{10x-21}}{5x-15}$

Что можно сказать? $(a-b)$ у нас в числителе уже есть. Теперь для применения формулы осталось организовать $(a+b)$ (которое и называется **сопряженным выражением**).

Умножаем числитель на сопряженное выражение:

$$\lim_{x\to 3}\frac{(\sqrt{x+6}-\sqrt{10x-21})\cdot(\sqrt{x+6}+\sqrt{10x-21})}{5x-15}$$

Обратите внимание, что под корнями при этой операции мы ничего не трогаем.

Но выражение-то под знаком предела изменилось! А для того, чтобы оно не менялось, нужно его разделить на то же самое, т.е. на $(a+b)$:

$$(*)=\lim_{x\to 3}\frac{(\sqrt{x+6}-\sqrt{10x-21})\cdot(\sqrt{x+6}+\sqrt{10x-21})}{(5x-15)\cdot(\sqrt{x+6}+\sqrt{10x-21})}=(*)$$

То есть, **мы умножили числитель и знаменатель на сопряженное выражение**.

В известной степени, это искусственный прием.

Умножили. Теперь самое время применить вверху формулу $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$:

$$(*)=\lim_{x\to 3}\frac{(\sqrt{x+6})^2-(\sqrt{10x-21})^2}{(5x-15)\cdot(\sqrt{x+6}+\sqrt{10x-21})}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x+6-(10x-21)}{(5x-15)\cdot(\sqrt{x+6}+\sqrt{10x-21})}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x+6-10x+21}{(5x-15)\cdot(\sqrt{x+6}+\sqrt{10x-21})}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{-9x+27}{(5x-15)\cdot(\sqrt{x+6}+\sqrt{10x-21})}=(*)$$

Неопределенность $\frac{0}{0}$ не пропала (попробуйте подставить тройку), да и корни тоже не исчезли. Но с суммой корней всё значительно проще, ее можно превратить в постоянное число. Как это сделать? Да просто подставить тройку под корни:

$$(*)=\lim_{x\to 3}\frac{-9x+27}{(5x-15)\cdot(\sqrt{3+6}+\sqrt{10\cdot 3-21})}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{-9x+27}{(5x-15)\cdot(\sqrt{9}+\sqrt{9})}=\lim_{x\to 3}\frac{-9x+27}{(5x-15)\cdot(3+3)}=$$

$$=\frac{1}{6}\lim_{x\to 3}\frac{-9x+27}{5x-15}=(*)$$

Число, как уже отмечалось ранее, лучше вынести за значок предела.

Теперь осталось разложить числитель и знаменатель на множители, собственно, это следовало сделать раньше.

$$(*)=\frac{1}{6}\lim_{x\to 3}\frac{-9(x-3)}{5(x-3)}=\frac{1}{6}\lim_{x\to 3}\frac{-9}{5}=\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{-9}{5}\right)=-\frac{3}{10}$$

Решение данного примера можно записать короче: Примерно так:

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+6}-\sqrt{10x-21}}{5x-15}=\frac{0}{0}=(*)$$

Умножим числитель и знаменатель на сопряженное выражение.

$$(*)=\lim_{x\to 3}\frac{(\sqrt{x+6}-\sqrt{10x-21})\cdot(\sqrt{x+6}+\sqrt{10x-21})}{5(x-3)\cdot(\sqrt{x+6}+\sqrt{10x-21})}=$$

$$=\frac{1}{5}\lim_{x\to 3}\frac{x+6-(10x-21)}{(x-3)\cdot(\sqrt{x+6}^{\to 3}+\sqrt{10x-21}^{\to 3})}=$$

$$=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{6}\lim_{x\to 3}\frac{x+6-10x+21}{(x-3)}=\frac{1}{30}\lim_{x\to 3}\frac{-9x+27}{(x-3)}=$$

$$=\frac{1}{30}\lim_{x\to 3}\frac{-9(x-3)}{(x-3)}=\frac{-9}{30}=-\frac{3}{10}$$

Пример

Найти предел $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+x-2}{\sqrt{x+6}-2}$

Решение :

$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2+x-2}{\sqrt{x+6}-2}=\frac{0}{0}=(*)$$

Разложим числитель на множители:

$x^2+x-2=0$

$D=1+8=9$

$\sqrt{D}=3$

$x_1=\dfrac{-1-3}{2}=-2$

$x_2=\dfrac{-1+3}{2}=1$

$x^2+x-2=(x+2)(x-1)$

Умножим числитель и знаменатель на сопряженное выражение

$$(*)=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x-1)(\sqrt{x+6}+2)}{(\sqrt{x+6}-2)(\sqrt{x+6}+2)}=$$

$$=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x-1)(\sqrt{x+6}^{\to 2}+2)}{x+6-4}=4\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x-1)}{x+2}=$$

$$=4\lim_{x\to -2}(x-1)=4\cdot(-3)=-12$$

Во втором задании необходимо найти производную сложной функции. Рассмотрим задание на примерах:

Пример

Вычислить производную сложной функции: y=sin(3x + 5)

Функция состоит из двух составляющих: тригонометрической функции синус и линейной функции (3x + 5). Найдем производную каждой функции и перемножим результаты:

y′=cos(3x + 5) ∗ (3x + 5)′=3cos(3x + 5)

Пример

Найти производную функции: y=$(2x-6)^5$

Функция состоит из двух составляющих: степенной функции и линейной функции (2x-6). Найдем производную каждой функции и перемножим результаты:

y′=5$(2x-6)^4$*(2x-6)′=5$(2x-6)^4$ ∗ 2 =10$(2x-6)^4$

Задания для самостоятельной работы:

I Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2+x-6}$ $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+2x-15}{4x^2-7x-15}$

2. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{2}{x^2-1}\right)$ $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{4-x}{\sqrt{5x+5}-5}$

3. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+3x^2-7}{x^3-7x+5}$ $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{3x^2+10x+3}{2x^2+5x-3}$

4. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^4-3x^2+1}{2x^4+x^3-x}$ $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{x+4}-2}$ $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-x-12}{x^2+5x+6}$

6. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{6x^6-2x+7}{3x^3+x^3-x}$ $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-x-12}{x^2+5x+6}$

7. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{7x^3+3x^2+7}{x^5-2x^2-x}$ $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$

8. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3x^4-3x^3+2}{x^4+2x^2-x}$ $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-5x+2}{x^2-4x+3}$

9. $\lim\limits_{x\to \frac{3}{2}}\dfrac{2x^2-x-3}{2x^2-5x+3}$ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2-x^3}$

10. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$ $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x+2}$

II. Найти производные данных функций

1	У=$2\sqrt[4]{arcsin^3}$ x	У=$cos^2\frac{x}{3}$ *tg $\frac{x}{2}$
2.	У=arcsin $\frac{x}{2}$	У=$\sqrt{2x-x^2}$ – arccos (1-x)
3.	У=$3^{ctg\,x}$	У=$\sqrt{7-4x}$ *ctg 3x
4.	У=ln $\frac{5x-3}{2x+7}$	У= $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$
5.	У=cos 2^x + $4^{\sqrt{x}}$	У=$7^{-x} * e^{-5x}$
6.	У= sin 8x * ln $\frac{x}{8}$	У= 10^{5-3x}
7.	У= $\frac{1}{\ln 3x}$	У= arccos $\frac{1}{x}+\frac{1}{4}$ ln (x^2-2x)
8.	У= $7e^{-x}$	У= $\sqrt[3]{\cos x} * e^{-\arcsin x}$
9.	У=$\sqrt[3]{tg^2x}$	У= $(5x^2-3x)^3$
10.	У= $\frac{1-\sin 2x}{1+sin2x}$	У= $\frac{x^2-1}{sin3x}$

III. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 X}\, dx$

2. $\int 5^{x-2}\, dx$

3. $\int \frac{x^2 dx}{8+x^3}$

4. $\int \sin 3x\, dx$

5. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{9-e^{2x}}}$

6. $\int (12x-5)^7\, dx$

7. $\int \frac{dx}{4x^2-9}$

8. $\int \frac{dx}{x \cdot \ln x}$

9. $\int \sin x \cdot \cos^2 x\, dx$

10. $\int \frac{dx}{16+25x^2}$

IV. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y = x^2 + 1,\ x = -1,\ x = 2,$ ось ОХ
2. $y = -x^2 - 2x + 3,\ x = 2,$ ось ОХ и ОУ
3. $y = {}^{1}/_{x},\ x = -6,\ x = -2,$ ось ОХ
4. $y = -{}^{3}/_{2}\,x^2 + 9x - {}^{15}/_{2},\ \ y = -x^2 + 6x - 5$
5. $y = x^2 + 4x,\ y = x + 4$
6. $y = x^2,\ y = \sqrt{x}$
7. $y = {}^{3}/_{x},\ y = 4 - x$
8. $y = 6x^2,\ y = 5x,\ x = 6,\ x = 2$
9. $y = -4x,\ x = -3,\ x = -1,$ ось ОХ
10. $y = 2x,\ y = 5x,\ x = 2,\ x = 6$

Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, дополнительной литературы

Основная литература:

1. Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ М.И. Башмаков.-5-е изд., стер.-М.: Издательский центр «Академия», 2016.-256 с.

2. Башмаков М.И. Математика: Сборник задач профильной направленности: учебное пособие для студ. учреждений сред. проф. образования/ М.И. Башмаков.-2-е изд., стер.-М.: Издательский центр «Академия», 2016.- 208 с.

Дополнительные источники:

1. Письменный Д.Т., Шевченко Ю.А. «Сборник задач по высшей математике»/Учебник/ - М.: Айрис Пресс, 2007 г, 198 с.

2. Валуцэ И. И. Математика для техникумов./Учебник/ - М, Наука, 2005 г., 303 с.

3. Никифорова И. А., О. Н. Самсонюк. Варианты конкурсных задач по математике - БГУЭП, 2006 г., 157 с.

4. Дорофеев Г. В., Г. К.Муравин. Сборник заданий по математике: Дрофа, 2005 г.

5. Выгодский Я.Я. Справочник по элементарной математике. М.: Наука, 2009, 424с.

6. Булдык . Г. М. Сборник задач и упражнений по высшей математике. Учебник [Текст]/Г.М. Булдык - Минск, Юнипресс, 2010 г

7. Данко П. Е.,. Попов А. С. Высшая математика в упражнениях и задачах. [Текст]/П,Е, Данко, А.С. Попов - М, Оникс, 2009 г. 303 с. и 415 с.

Интернет источники:

1. Графики функций [Электронный ресурс] – режим доступа http://graphfunk.narod.ru - свободный (Дата обращения: 11.01.2016).

2. Математика в Открытом колледже [Электронный ресурс] – режим доступа http://www.mathematics.ru свободный (Дата обращения: 14.02.2016 г.)

3. Математика: уроки, тесты, презентации, конспекты [Электронный ресурс] / Электронные данные. – режим доступа: https://kopilkaurokov.ru/matematika свободный (Дата обращения: 01.02.2016 г.)